HAL open science

Modèle de croissance de fiabilité pour des systèmes réparables en essais de développement

Khanh Le Son, Laurent Saintis, Fabrice Guérin, Tristan Le Fevre, Michal Kurela

To cite this version:

Khanh Le Son, Laurent Saintis, Fabrice Guérin, Tristan Le Fevre, Michal Kurela. Modèle de croissance de fiabilité pour des systèmes réparables en essais de développement. Congrès Lambda Mu 19 de Maîtrise des Risques et Sûreté de Fonctionnement, 2014, Dijon, France. 10.4267/2042/56156 . hal-03287171

HAL Id: hal-03287171

https://univ-angers.hal.science/hal-03287171

Submitted on 15 Jul 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modèle de croissance de fiabilité pour des systèmes réparables en essais de développement

Reliability growth model for repairable systems during development tests plan

Khanh Le Son,
Laurent Saintis, Fabrice Guérin
Laboratoire LARIS EA 7315
ISTIA, Université d'Angers
62 avenue Notre Dame du Lac
49000 Angers

Tristan Le-Fevre
SAFRAN - SNECMA
Forêt de Vernon
27208 Vernon

Michel Kurela
CNES
52 rue Jacques Hillairet
75612 Paris Cedex

Résumé

Ce papier, dans le cadre du programme commun de recherche et technologie du CNES et de SNECMA, porte sur une méthodologie d'estimation de la fiabilité observée à partir de le retour d'expérience (REX) lors des essais de développement des propulseurs (moteurs-fusées). La méthode consiste une proposition du modèle de croissance de fiabilité qui doit prendre en compte le vieillissement des équipements modélisé par la loi de durée de vie (Weibull) suivant des essais de développement et des risques concurrents suivant les différents incidents des équipements des moteurs-fusées. La performance d'estimation de croissance de fiabilité du modèle proposé est étudié par le calcul de fiabilité des moteurs-fusées par rapport à une mission de vol et par la comparaison au modèle usuel de croissance de fiabilité (AMSAA). Le modèle a été ensuite appliqué à des données réelles d'essais de développement de moteur-fusées.

Summary

This paper, in the framework of common research with CNES and SNECMA, concerns a reliability estimation methodology observed from return on operating experience (REX) during development tests plan of rocket engines. This approach consists a proposal reliability growth model which takes into account the equipments ageing modelled by lifetime law (Weibull) following development tests and the concurrent risks following the different equipment incidents of rocket engines. In order to evaluate the performance of estimation of proposed reliability growth model, the reliability calculation of rocket-engines versus a mission is studied and a comparison with usual model of reliability growth (AMSAA) is pointed out. This method is applied on real case study of rocket engine development test plan.

Problématique

Dans les domaines aéronautique, aérospatial et militaire, le suivi d'indicateurs de fiabilité est important pour le développement des matériels en construction ou des nouveaux matériels, Handbook (2011). Ces indicateurs sont utilisés pour supporter la prise de décision de management sur le processus de développement et la performance du système. En réponse aux exigences formulées par les Spécifications de Management (CNES) et les normes ECSS (ESA), la société SAFRAN-Snecma élabore les plans de Sûreté de Fonctionnement (SdF) pour construire, gérer et évaluer la SdF de ses produits. L'objectif principal de l'approche de SdF suivie est l'identification et l'élimination des points critiques avérés ou potentiels durant les phases de conception, de réalisation et de développement dont la réalisation d'essais.

Pour des raisons de coûts évidentes, les essais de développement se déroulent avec un nombre limité de moteurs suivant plusieurs cycles de fonctionnement, Pempie and Vermin (2001). Lors des détections de défauts sur les systèmes testés, des remises en état sont assurées en remplaçant les équipements défaillants par des sous-systèmes neufs à l'identique, puis une amélioration du sous-système est programmé afin de corriger les défauts observés. Cette démarche conduit à une amélioration de la fiabilité intrinsèque du propulseur au cours de sa phase de développement. Dans le cadre général des essais de développement d'un moteur-fusée, les différents facteurs de croissance de fiabilité sont liés :

- à des améliorations techniques apportées à la conception au fur et à mesure des évolutions de version du moteur-fusée,
- à la mise en oeuvre en pratique d'une démarche type "test-fix-test" permettant une correction des défauts observés,
- à l'expérience acquise au cours des essais et du temps de développement par les réglages de mise au point.

Chaque essai est interrompu au temps prévu ou par apparition d'une défaillance. Lorsque possible, le moteur poursuit ses essais après réparation (remplacement de l'élément ou du sous-système défaillant). Un élément ou un sous-système remplacé est neuf. Il peut être de configuration identique à celui qu'il remplace ou d'un standard amélioré. Lorsqu'une défaillance est observée au cours des essais, plusieurs degrés de correction des défauts peuvent être appliqués :

- Correction immédiate : Lorsqu'il s'agit d'une défaillance bloquante, les essais sont stoppés jusqu'à application de la correction à l'ensemble des moteurs.
- Correction sur le moteur suivant : Lorsque la défaillance n'est pas déterminante dans l'observation du fonctionnement du moteur, la correction sera appliquée au nouveau moteur (et aux suivants) lors des essais de développement ultérieurs. Le terme nouveau indique qu'il n'y a pas eu d'essais de développement sur ce moteur.
- Suivant un délai de correction sur l'ensemble des moteurs : La défaillance n'est pas déterminante dans l'observation du fonctionnement du moteur et pourra s'appliquer sur les moteurs en cours. Ce mode de correction est difficilement anticipable. En effet, il correspond surtout à des délais d'applications dus aux fortes contraintes du plan d'essais de développement.

Une analyse des incidents observés permet de les classer suivant les différents risques associés aux durées d'utilisation des moteurs fusées, à savoir le vieillissement lié au temps d'utilisation, le vieillissement lié aux cycles d'essais et les défauts "aléatoires". Dans chacun des cas, la correction donne lieu à une évolution de versions du moteur.

Du fait de la raréfaction attendue et effective d'incidents, la mise en oeuvre d'un modèle de croissance de fiabilité est alors des plus pertinentes, Le Fevre (2010). Les modèles de croissance de fiabilité sont développés dans le but d'exprimer le processus de croissance observé et de donner des indicateurs de performance applicables à la fiabilité. La plupart des modèles de croissance sont issus des travaux de Duane (1964) qui suppose que le taux de croissance de fiabilité reflète la performance attendue de système. Les autres modèles, par exemple IBM Quigley and Walls (2006), Lloyd et Lipow Broemm et al. (2000), sont assimilés au modèle de Duane dont la fiabilité est modélisée directement par une courbe spécifique correspondante à la forme des données observées.

Le modèle d'AMSAA, développé par Crow Handbook (2011), considère le nombre de défaillance au cours de temps suivant un processus de Poisson non-homogène, Crow (1990), qui s'écrit :

$$E(N(t)) = \lambda t^{\alpha} \tag{1}$$

où α et λ sont respectivement les paramètres de forme et d'échelle de la fonction d'intensité de défaillance.

Le paramètre de forme α caractérise le type de tendance de l'évolution de la fiabilité. Le taux de croissance indique le degré d'amélioration ou de dégradation du système au cours des essais de développement.
A l'issue des essais de développement, l'indicateur de fiabilité permet d'estimer la fiabilité d'une mission de durée d à l'instant t du système par la relation :

$$R(t) = \exp -[\lambda (t+d)^{\alpha} - \lambda t^{\alpha}] \tag{2}$$

Le modèle d'AMSAA standard permet d'évaluer l'impact du nombre d'essais total sur la croissance de fiabilité sans considérer les matériels lancés parallèlement. La durée cumulée d'essais (et le nombre d'essais) effectuée permet de prévoir le nombre d'essais suffisants pour un plan de développement. Ce modèle considère l'intensité de défaillance comme continu. La correction d'un défaut ne provoque pas de discontinuité de l'intensité, comme si dans un cours intervalle de temps, elle n'avait aucun effet. Cela correspond au principe de réparation minimale en considérant que le système est formé d'un grand nombre de composants. L'utilisation de ce modèle suppose l'observation d'un seul système réparable. Ce modèle ne convient donc pas à la problématique des essais de développement des moteurs fusées impliquant de plusieurs moteurs successifs.

Le modèle d'AMSAA multi-composants (Crow (1990); Handbook (2011)) considère de manière plus détaillé l'impact de croissance au niveau de l'indice du système en distinguant les différents systèmes en essais. De même, le modèle discret AMSAA RGTD distingue les moteurs successifs.

D'un autre point de vue, le modèle AMSAA correspond également à une approximation d'un modèle à durée inter-défaillances exponentielles Gaudoin et al. (2007). Dans ce cas, l'utilisation d'un tel modèle correspond à une observation d'essais successifs de systèmes non réparables (cas "one-shot"). Le modèle de Crow étendu, Crow (2004), enrichit le modèle en distinguant les modes de défaillance et proposant pour chacun d'eux des politiques de correction différentes. D'autres modèles discrets sont ici également applicables. Le modèle de Lloyd permet de suivre l'indice de croissance de fiabilité suivant le nombre d'essais et les différents modes de défaillance. Dans des travaux récents, Hall and Mosleh (2008) inclut un paramètre de correction des défauts.

Les systèmes mécaniques complexes sont soumis à un vieillissement sur leur durée d'utilisation en phase d'essai (voir Le Fevre (2010)). Peu de travaux ont pris en compte le vieillissement d'un système dans l'observation de la croissance de fiabilité. Les travaux de Yu et al. (2008) utilisent le processus de Weibull et développent statistiquement l'analyse de croissance de fiabilité et la prédiction (modèle d'AMSAA) avec des observations incomplètes suivant une approche classique. Dans le cadre du modèle AMSAA-Crow, ce modèle a été considéré dans Le Fevre (2010) pour examiner la croissance de fiabilité des moteurs-fusées (HM7, Vulcain).

En considérant la problématique des moteurs fusées, la défaillance d'un moteur est distingué suivant plusieurs modes de défaillance et le remplacement parfait est effectué pour le matériel défaillant, les autres éléments continuent de vieillir. Sous cette hypothèse, les modèles de croissance de fiabilité classiques ne permettent pas une modélisation. Un modèle de croissance de fiabilité plus complexe devient alors nécessaire pour une application au besoin industriel qui prend en compte des hypothèses réelles dans la modélisation de fiabilité du moteur fusée (modes de défaillance, types d'incidents, politiques de correction des défauts observés, etc.).

Afin de proposer un modèle de croissance correspondant à la problématique, il convient de définir une loi de durée inter-défaillances et une fonction qui peut exprimer l'évolution caractérisant la croissance de fiabilité sur les paramètres de la loi. La méthode considère un système (moteur-fusée) qui contient plusieurs équipements dont les défauts sont détectés et corrigés lors des essais de développement à cause de la fatigue du matériel ou des conditions externes (environnement, perte de mission, etc.). Ces différents risques sont identifiés par le concepteur lors de l'analyse des défaillances et modélisés par une loi de fiabilité prenant en compte les risques concurrents.

Dans une première partie, la problématique qui conduit à la conception du modèle est présentée ainsi que les hypothèses de croissance considérées. Les formulations de la vraisemblance, de l'estimation des paramètres et des intervalles de confiance sont développés dans un second temps. Dans une troisième partie, afin de valider la pertinence de l'approche, plusieurs simulations de Monte-carlo d'un plan d'essais de développement sont effectuées sur des valeurs typiques. Les données simulées prennent en compte le plan d'essai, la politique de correction des défauts et le vieillissement des composants. Le modèle proposé est alors comparé avec les modèles usuels (AMSSA Crow standard ou multi-composants) en vue d'une application industrielle.

Méthodologie de croissance de fiabilité

1 Loi de fiabilité

Basé sur une expérience en matière de conception et de développement des moteurs fusées, des données disponibles et du retour d'expérience effectif associé, les experts de la société de SAFRAN-Snecma identifient 3 types d'incidents suivant les facteurs influents de temps liés au vieillissement, de cycle opérationnel, ou d'effet aléatoire. Les incidents sont alors classés par sous-systèmes et par types d'incident.

La fiabilité d'un sous-système composée de plusieurs modes de défaillance peut être modélisée par un modèle de durée de vie à risques concurrents (Bertholon et al. (2004)). La fiabilité pour une version i de matériel est donc exprimée par le produit de la fiabilité suivant chacun des types d'incidents. Les modes de défaillance sont considérés comme indépendants pour chaque version.
La fiabilité R_i pour une version i d'un élément m s'exprime donc par :

$$R_i^m(t, cycle) = R_i^{\text{vieillissement}}(t) \times R_i^{\text{aléatoire}}(t) \times R_i^{\text{cycle}}(cycle). \tag{3}$$

Le comportement d'un élément non-vieillissant est modélisé par la distribution exponentielle. La durée de vie correspondante aux incidents de type aléatoire suit donc la loi exponentielle :

$$R_i^{\text{aléatoire}}(t) = e^{-\lambda t} \tag{4}$$

Pour le comportement de vieillissement, le modèle de Weibull permet de modéliser les instants de défaillance (paramètre de forme inférieur à 1 pour le jeunesse et supérieur à 1 pour le vieillissement). La durée de vie correspondante aux incidents liés au temps suit une la loi de Weibull :

$$R_i^{\text{vieillissement}}(t) = e^{-(\frac{t}{\eta_i})^{\beta}} \tag{5}$$

Pour les incidents de type "cycle", plusieurs lois de probabilités discrètes peuvent être utilisées comme les lois géométrique, Weibull de type I, Binomiale, Poisson, Erlang (cf. Lyonnet (2006)). La loi géométrique et la loi de Weibull de type I sont respectivement les équivalents en discret de la loi exponentielle et de la loi de Weibull. De plus, la modélisation du phénomène utilise une variable équivalente au temps dans beaucoup de cas industriels dont le modèle de Weibull continu est régulièrement utilisé.

En considérant le système de moteur fusée comme un système complexe formé de sous-systèmes en série, la fiabilité du système est le produit de la fiabilité de sous-systèmes. Soit une configuration i d'un système composé de M éléments différents, la fiabilité du système s'écrit :

$$R_i^s = \prod_{m=1}^{M} R_i^m \tag{6}$$

L'estimation des paramètres du modèle devient compliquée et irréaliste à cause du grand nombre de paramètres à estimer, du peu de défaillances observées en essai de développement par sous-systèmes. Il convient donc de prendre en compte une distribution de la durée de vie directement au niveau du système. Afin d'estimer la fiabilité du système, un modèle à risques concurrents pour le système complet est proposé. Ce modèle contient, pour chacun des types d'incidents ci-dessus, un ensemble unique de paramètres à estimer, par exemple les paramètres (β_s, η_s) pour la loi dite de vieillissement du système.

2 Modèle de croissance de fiabilité

Pour les incidents de type aléatoire, les durées inter-défaillances suivent une loi exponentielle. Le modèle d'AMSAA multi-composants (cf. Crow (1990) et) correspond donc à un bonne approximation afin d'estimer l'intensité de défaillance de ces incidents. Dans la suite de l'article, la méthode développée concerne uniquement les incidents liés au temps et donc les éléments incluant des modes de défaillance avec une intensité de défaillance traduisant un vieillissement.

Il s'agit de caractériser la croissance de fiabilité sur les incidents de type "temps". Pour formuler le modèle de croissance de fiabilité inter-défaillances, il s'agit de traduire l'évolution de l'intensité de défaillance. L'indice de croissance en réalité peut être évalué par plusieurs possibilités : soit le nombre d'essai de développement, soit le temps cumulé d'essai par moteur, soit la version d'évolution du système suite à la correction d'un défaut (formée d'une combinaison des évolutions par sous-systèmes). Après analyse des base de données d'essais et du retour d'expérience industriel, l'observation des résultats permet de formuler plusieurs hypothèses :

- le paramètre de forme de la distribution de Weibull caractérisant la fiabilité du système pour les incidents de type temps est fixe pour les différentes évolutions de conception lors d'essais de développement,
- la croissance est amené par l'amélioration après correction d'un défaut des éléments amenant une évolution du moteur. La croissance de fiabilité est fonction de l'indice d'évolution de version du système et l'intensité de défaillance décroît de manière géométrique.

Afin de prendre en compte l'évolution du moteur à la croissance de fiabilité, le modèle géométrique de Moranda est étudié pour introduire le facteur de croissance de fiabilité. D'après Gaudoin et al. (2007), les défaillances observées sont parfaitement corrigées par le modèle géométrique de Moranda. De plus, ce considère que l'intensité de défaillance décroît toujours à chaque correction menée de défaut observée, la fiabilité est donc améliorée. Il considère également que l'amélioration due aux corrections doit logiquement être forte au début de la période d'observation, puis de plus en plus faible. Ces hypothèses semblent adaptées aux hypothèses proposées précédemment.

En s'inspirant du modèle géométrique de Moranda pour des durées inter-défaillances exponentielles, le taux de défaillance à la version i s'écrit :

$$\lambda_i(t) = \lambda_0(t) \times \theta^{\varepsilon_i - 1} \tag{7}$$

où

- ε_i, $i = 1, ..., N$ les indices d'évolution de versions du système,
- θ représente la qualité de la correction,
- $\lambda_0(t) = \frac{\beta}{\eta^\beta} t^{\beta-1}$ est le taux de défaillance initial,
- ε_i est l'indice d'évolution global à la version i.

Sous l'hypothèse que le paramètre forme du système est fixe, l'évolution du paramètre d'échelle η_i exprime la croissance de fiabilité en fonction d'indice d'évolution associé.

Soit η le paramètre d'échelle correspondant à l'état initial du système, alors à l'évolution i, le paramètre d'échelle η_i est:

$$\eta_i = \eta\, \theta^{\frac{1-\varepsilon_i}{\beta}} \tag{8}$$

Le paramètre d'échelle calculé ci-dessus sera utilisé pour modéliser la fiabilité d'un moteur en fonction de l'indice d'évolution du moteur dans la section suivante.

3 Loi des durées inter-défaillances

En considérant le système formé d'un nombre important d'élément, la réparation du système est considérée comme minimale suite à l'apparition d'un incident. Soient $t_1, ..., t_n$ sont les instants de défaillance observés en essais de développement, m_i est le nombre d'évolutions au global inter-défaillantes pour l'instant t_i pour le moteur-fusée. En tenant compte de la loi de durée de vie associée à ces incidents et sous les hypothèses de réparation et de correction, la loi des instants de défaillance lors des essais de développement se développe en distinguant les deux cas suivants.

Correction du défaut constaté pour les moteurs suivants Dans ce cas, la probabilité conditionnelle de défaillance du moteur sachant l'instant précédent de panne t_{i-1} est :

$$F_W(t_i|t_{i-1}) = 1 - R_W(t_i|t_{i-1}) = 1 - \frac{R_W(t_i)}{R_W(t_{i-1})} = 1 - \exp\left(-\frac{(t_i^\beta - t_{i-1}^\beta)}{\eta_i^\beta}\right) \tag{9}$$

avec le nombre d'évolutions du moteur à l'instant t_i qui est $m_i = 1, \forall i$.

Par dérivation, la densité de la loi conditionnelle s'écrit :

$$f_W(t_i|t_{i-1}) = \frac{dF_W(t_i|t_{i-1})}{dt_i} = \frac{\beta}{\eta_i^\beta} t_i^{\beta-1} \exp(-\frac{(t_i^\beta - t_{i-1}^\beta)}{\eta_i^\beta}) \tag{10}$$

Correction immédiate du défaut constaté Dans ce cas, la configuration du système évolue à l'essai suivant en considérant une réparation minimale. La probabilité conditionnelle de défaillance du moteur est :

$$F_W(t_i|t_{i-1}) = 1 - \prod_{j=1}^{m_i} R_W(t_{i,j}|t_{i,j-1}) = 1 - \exp\left(\sum_{j=1}^{m_i} -\frac{(t_{i,j}^{\beta} - t_{i,j-1}^{\beta})}{\eta_{i,j}^{\beta}}\right) \tag{11}$$

où $t_{i,m_i} = t_i$ et $t_{i,1} = t_{i-1}$.

La densité conditionnelle de la loi est calculée par la dérivation de la fonction de répartition $F_W(t_i|t_{i-1})$:

$$f_W(t_i|t_{i-1}) = \frac{\beta}{\eta_i^{\beta}} t_i^{\beta-1} \exp(\sum_{j=1}^{m_i} -\frac{(t_{i,j}^{\beta} - t_{i,j-1}^{\beta})}{\eta_{i,j}^{\beta}}) \tag{12}$$

Dans le cas de données de temps censurées, soit , la fiabilité est :

$$R_W(t_{n+1}|t_n) = \exp(\sum_{j=1}^{m_{n+1}} -\frac{(t_{n+1,j}^{\beta} - t_{n+1,j-1}^{\beta})}{\eta_{n+1,j}^{\beta}}) \tag{13}$$

où m_{n+1} représente le nombre d'évolution pour la durée entre le dernier temps de défaillance t_n et le temps de censure t_{n+1}.

4 Estimation des paramètres et intervalles de confiance

Afin d'estimer les paramètres (β, η, θ) du modèle par la méthode du Maximum de Vraisemblance (MLE), la présente section détaille le calcul de la fonction de vraisemblance.

Soient un plan d'essai qui contient K moteurs et :

- n_k le nombre de défaillances pour le moteur k, $k = 1, ..., K$,
- $t_1, ..., t_{n_k}$ respectivement les temps de défaillance du moteur k,
- $\Delta T_{k,i} = t_i - t_{i-1}$, $i = 1, ..., n_k$ la durée inter-défaillante à l'i-ème défaut du moteur k,
- $m_{k,i}$ le nombre de changement d'évolution pour la durée $\Delta T_{k,i}$,

La fonction de vraisemblance L, associée à l'observation du plan d'essai de développement, se décompose suivant les vraisemblances (L_k où $k = 1, ..., K$) associées aux observations de chacun des moteurs : $L = \prod_{k=1}^{K} L_k$ avec :

- $L_k = \prod_{i=1}^{n_k} f_W(t_i|t_{i-1})$ dans le cas où la dernière observation du moteur k correspond à une défaillance,
- $L_k = R_W(t|t_{n_k}) \prod_{i=1}^{n_k} f_W(t_i|t_{i-1})$ dans le cas où la dernière observation du moteur k correspond à une censure de type I.

La fonction de log-vraisemblance se décompose suivant les observations par moteur $\log L = \sum_{k=1}^{K} \log L_k$, avec :

- dans le cas où la dernière observation du moteur k correspond à une défaillance

$$\log L_k = \sum_{i=1}^{n_k} \left(\log(\beta) + (\varepsilon_i - 1)\log(\theta) - \beta \log(\eta) + (\beta - 1)\log(t_i) - \sum_{j=1}^{m_i} \theta^{\varepsilon_{ij}-1} \frac{(t_{i,j}^{\beta} - t_{i,j-1}^{\beta})}{\eta^{\beta}} \right) \tag{14}$$

- dans le cas où la dernière observation du moteur k correspond à une censure de type I

$$\log L_k = \sum_{i=1}^{n_k} (\log(\beta) + (\varepsilon_i - 1)\log(\theta) - \beta \log(\eta) + (\beta - 1)\log(t_i)) - \sum_{i=1}^{n_k+1} \sum_{j=1}^{m_i} \theta^{\varepsilon_{ij}-1} \frac{(t_{i,j}^{\beta} - t_{i,j-1}^{\beta})}{\eta^{\beta}} \tag{15}$$

Les intervalles de confiance sont obtenus à partir de la matrice d'information de Fisher (voir par exemple Meeker and Escobar (1998)). Les estimateurs sont optimisées par l'algorithme de Nelder-Mead (Lagarias et al. (1999)) en utilisant la fonction *fminsearch* du logiciel MATLAB.

Validation du modèle

Dans cette section, les données nécessaires pour simuler un plan d'essais de développement et sa réalisation sont présentées. Ces données permettent la génération de cas test afin de valider le modèle de croissance de fiabilité proposé. L'objectif est de comparer premièrement les caractéristiques théoriques choisis et calculés par les paramètres simulés. Ensuite la fiabilité dérivé à partir du modèle d'estimation de croissance est évaluée sous la fiabilité vrai (la valeur de fiabilité théorique calculée sous la loi de durée de vie avec les paramètres simulés).

Pour la validation de méthode d'estimation proposée, deux niveaux de simulation des plans d'essais sont proposés. Dans un premier temps, afin de valider l'efficacité de l'estimation, les temps de défaillance sont simulés au niveau du système. Dans un deuxième temps, afin d'approcher de manière réaliste l'observation des essais de développement des moteurs fusées, les temps de défaillance sont simulés pour chacun des sous-systèmes des moteurs. Deux exemples de réalisation sont proposés, l'un en considérant que la correction des défauts n'amène pas de croissance, l'autre plus général avec un paramètre de croissance de fiabilité réaliste.

Afin d'effectuer les simulations des réalisations des plans d'essais, un plan d'essai type est simulé avec les paramètres suivants :

- La durée d'un essai est tirée suivant une loi normale de moyenne 500 secondes et d'écart-type 200 secondes.
- Une mission de 600 secondes entre [500-1100].

Pour réaliser une simulation du plan d'essai de développement fixé ci-dessus, les instants de défaillance sont tirés au sort. Le choix de politique de correction des défauts, présentée à la section 3, est tiré au hasard lors de défaillances à l'essai observé avec p_1 la probabilité de correction immédiate et $p_2 = 1 - p_1$ la probabilité de correction sur les moteurs suivants. Afin de représenter les différentes phases d'essai, p_1 est positionné pour les moteurs 1 à 8 (phase de maturation), 9 et 10 (phase de qualification), puis 11 à 15 (phase de réception), respectivement à $0,3$, $0,7$ et 1. Le plan d'essai ainsi obtenu permet la réalisation de plusieurs tirages aléatoires de ce même plan.

Afin d'évaluer la performance du modèle proposé, une comparaison sur l'impact des paramètres estimés et la fiabilité estimée entre notre modèle et les modèles d'AMSAA est menée. Les modèles d'AMSAA détaillés dans Broemm et al. (2000) sont considérés comme un modèle benchmark très usuel par rapport à notre modèle.

5 Simulation niveau système

Pour simuler la réalisation du plan d'essai, les temps de défaillance sont simulés en prenant les

- Loi de vieillissement du système suivant une loi de Weibull $W(\eta_s, \beta_s)$ avec $\eta_s = 300$ et $\beta_s = 2$.
- Paramètre de croissance $\theta_s = 0.75$

Les résultats obtenus permettent d'observer une convergence de l'estimation des paramètres.

6 Simulation niveau sous-système

Comme évoqué en Section 1, la réalité de la politique de correction des défauts et les évolutions de conception qui en résultent sont appliquées à chacun des sous-systèmes. De plus, la politique de réparation est parfaite (AGAN), alors que le modèle d'estimation prend pour hypothèse que la réparation est minimale (ABAO). Il convient alors de valider le modèle d'estimation comme une bonne approximation d'un processus plus réaliste simulant un plan d'essais de développement. Cette approche est effectué à partir de la simulation de réalisations d'un plan d'essais en considérant le système comme un ensemble de sous-systèmes.

Afin d'obtenir les valeurs théoriques de fiabilité du système, le système considéré est formé de M sous-sytèmes identiques de durée de vie suivant une loi de Weibull de paramètres β_m, η_m et θ_m. En considérant les M sous-systèmes en série, la durée de vie du système suit également une loi de Weibull. Dans le modèle d'estimation proposé, nous avons 3 paramètres.

- β est le paramètre de forme de la loi de durée de vie du système.
- η est le paramètre d'échelle de la loi de durée de vie du système sans évolution de configuration.
- θ est le paramètre de croissance du système, représentant la qualité de correction suite à un défaut.

Les paramètres de forme et d'échelle de la loi de durée de vie du système se déduit facilement par les relations $\beta_s = \beta_m$ et $\eta_s = \frac{\eta_m}{M^{1/\beta}}$. Pour déduire le paramètre de croissance, l'intensité de défaillance du système est la somme des intensité de défaillance des sous-systèmes en série. Pour une mission de vol, de l'expression (7), on obtient :

$$\lambda_s^{N_{evo}^s}(T_{mission}) = \lambda_s^1(T_{mission})\theta_s^{N_{evo}^s-1} \quad = \quad \sum_{m=1}^{M} \lambda_m^1(T_{mission})\theta_m^{N_{evo}^m-1} \tag{16}$$

où N_{evo}^s est le nombre d'évolution du système (somme des évolutions des sous-systèmes), N_{evo}^m est le nombre d'évolution du sous-système m.

Le paramètre de croissance du système se déduit par :

$$\theta_s^{N_{evo}^s-1} = \sum_{m=1}^{M} \frac{\theta_m^{N_{evo}^m-1}}{M} \tag{17}$$

Dans le premier cas étudié, le paramètre de croissance θ est fixé à 1. Cela correspond au cas où la correction d'un défaut n'introduit pas d'évolution du système (le paramètre d'échelle est constant). Sous cette hypothèse, le modèle AMSAA multi-composants correspond à l'hypothèse de simulation et il est équivalent au modèle de PAW en terme d'estimation des paramètres. Le paramètre λ d'AMSAA peut se déduire à partir du paramètre $\eta = \lambda^{-1/\beta}$ du modèle PAW. Les paramètres de forme et d'échelle sont respectivement $\beta = 2$, $\eta = 500$. Les paramètres sont estimés par maximum de vraisemblance pour le modèle AMSAA multi-composants et le modèle PAW étendu suivant 100 réplications. Les résultats montrent que le paramètre de forme β est convergent avec les deux modèles (1.9835 pour AMSAA et 2.0194 pour PAW étendu). Par contre, un biais important est observable pour le paramètre d'échelle ($\eta_{AMSAA} = 361.82$) du modèle AMSAA par rapport la valeur théorique et le modèle de PAW ($\eta_{PAW} = 493.92$).

Dans le deuxième cas, le paramètre de croissance simulé est choisi différent à 1. Pour les modèles d'AMSAA, les paramètres estimés du système ne sont pas cohérents aux paramètres théoriques. Afin d'évaluer la performance des modèles considérés, la fiabilité de mission est également représenté étudiée comme un indicateur d'évaluation. Premièrement, le plan d'essai est lancé avec 232 essais sur 15 moteurs. Les paramètres du système sont respectivement choisis $\beta_s = 2$ et $\eta_s = 300$ basés sur le retour d'expérience par la société SAFRAN-Snecma, le paramètre de croissance est calculé par l'équation (17) $\theta_s = 0.7676$. L'objectif est de simuler une base de données complexes qui peut contenir toutes les hypothèses de croissance de fiabilité proposées dans la section précédente. Pour la première étude, nous simulons uniquement la loi de vieillissement avec 8 modes de défaillance et modélisons la croissance de fiabilité par les méthodes développées dans l'outil.

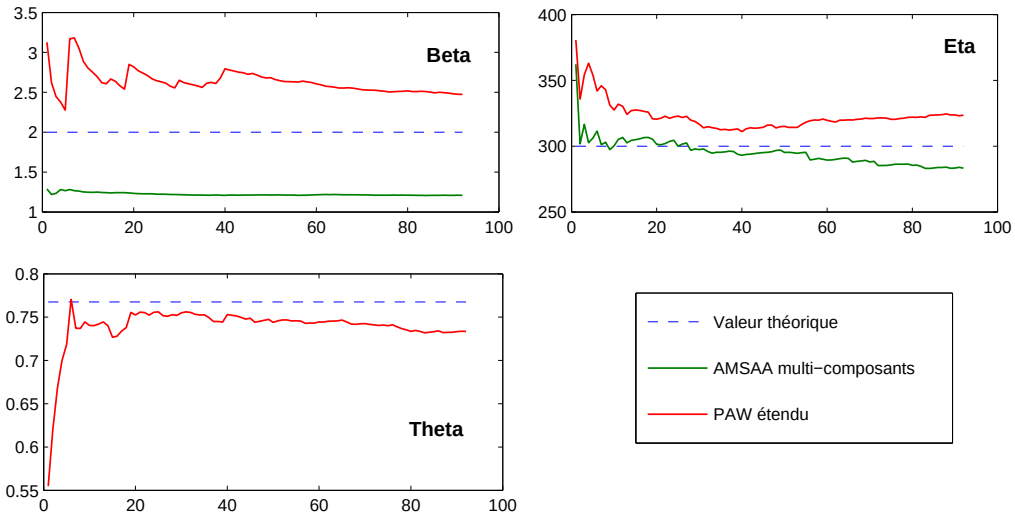

Figure 1: Evolution des paramètres estimés par le modèle de PAW - Evolution au global

Avec 100 jeux de simulation, nous obtenons l'évolution des paramètres estimés dans le tableau 1 et sur la figure 1. A partir la figure 1, nous pouvons observés que tous les paramètres estimés du modèle PAW - Evolution globale convergent vers la valeur théorique à partir d'environ 100 simulations.

	Paramètres estimés		
AMSAA standard	$\hat{\beta}$	$\hat{\lambda}$	
	0.5722	0.4221	
	[0.554 - 0.591]	[0.3521 - 0.5059]	
AMSAA multi-composant	$\hat{\beta}$	$\hat{\eta}$	
	1.2078	281.5683	
	[1.1485 - 1.27]	[151.61- 558.44]	
PAW - Evolution au global	β	η	θ
	2.4733	323.5469	0.7336
	[1.6468 - 3.7147]	[286.8871 - 364.8912]	[0.6528 - 0.8243]

Table 1: Estimation des paramètres pour différents modèles de croissance

La validation du modèle est effectuée par comparaison de la fiabilité de mission entre les modèles et la fiabilité théorique calculée à partir des paramètres simulés. L'évolution de la fiabilité pour chaque modèle est bien montrée sur la figure 2.

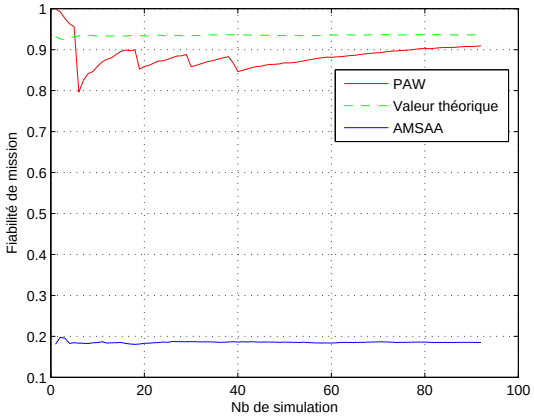

Figure 2: Evolution des paramètres estimés par le modèle de PAW - Evolution au global

Par contre, la fiabilité pour le modèle de PAW suivant l'évolution au global peut donner un meilleur résultat que les deux modèles AMSAA. Un biais est observable sur l'estimation des paramètres et sur la fiabilité. Il correspond notament aux différences entre le modèle de simulation et le modèle d'estimation. En effet, la simulation des temps de défaillance au niveau des sous-systèmes est réalisée en considérant une réparation parfaite (AGAN), mais l'estimation des paramètres de la loi des temps de défaillance considère une réparation minimale (ABAO) sur le moteur-fusée. Ce biais peut être corrigé en prennant en compte un modèle de réparation imparfaite au niveau du système. En effet, lorsqu'un mode de défaillance unique est considéré, le système correspond au sous-système et ce biais est éliminé.

Conclusions

Le présent article expose une méthode d'estimation de la croissance de fiabilité durant des essais de développement incluant plusieurs systèmes réparables et soumis à des cycles répétés de fonctionnement en formulant le facteur de croissance en fonction de l'indice d'évolution du système. L'estimation permet ainsi de prendre en compte le vieillissement des systèmes au cours des essais. Ce travail, effectué dans le cadre d'un projet de recherche avec le CNES et la société SAFRAN-Snecma, a été appliqué à une base de données réelles d'essais de développement de moteur-fusée. Les estimations obtenues sur les données d'essai de Vulcain 2 ont permis de mettre en valeur les résultats de fiabilité estimés lors de vols opérationnels. La méthode d'estimation de croissance de fiabilité est donc valorisée en terme d'application industrielle.

La littérature actuelle fournit l'application du test statistique de Cramér-von-Mises sur les distributions standards (normale, exponentielle, Weibull, etc). Cependant, le modèle de croissance proposé est une combinaison de mul-

tiple distribution de Weibull, la valeur critique n'est donc pas disponible dans les abbaques. Il est nécessaire de reconstruire la valeur critique du test statistique de Cramér-von-Mises à partir d'une méthode de Bootstrap Gwinn (1993) en utilisant la simulation de Monte Carlo. Cela permettra de tester l'adaptation du modèle aux données d'essais réelles.

Dans la pratique des essais de développement, la réparation des équipements défaillants est parfaite. A contrario, le modèle proposé permet une observation de la croissance de fiabilité en considérant la réparation du système comme minimale. Il convient donc de développer un modèle de réparation imparfaite afin d'éliminer le biais lié à l'efficacité de la réparation au niveau du système.

Enfin, il s'agira d'appliquer la méthode à la définition d'un plan d'essais, ceci afin de dimensionner le plan (nombre de moteurs, nombre d'essais, politique de correction etc.) afin d'atteindre les objectifs de fiabilité fixés et pour un coût d'essais de développement optimal.

References

Bertholon, H., N. Bousquet, and G. Celeux, 2004: Une modélisation de durée de viea risques de défaillance concurrents. *Proceedings of Journées de Statistique*, **36**.

Broemm, W. J., P. M. Ellner, and W. J. Woodworth, 2000: Amsaa reliability growth guide. Tech. rep., DTIC Document.

Crow, L. H., 1990: Evaluating the reliability of repairable systems. *Reliability and Maintainability Symposium, 1990. Proceedings., Annual*, IEEE, 275–279.

Crow, L. H., 2004: An extended reliability growth model for managing and assessing corrective actions. *Reliability and Maintainability, 2004 Annual Symposium-RAMS*, IEEE, 73–80.

Duane, J., 1964: Learning curve approach to reliability monitoring. *Aerospace, IEEE Transactions on*, **2 (2)**, 563–566.

Gaudoin, O., J. Ledoux, et al., 2007: *Modélisation aléatoire en fiabilité des logiciels*. Hermès science publications.

Gwinn, D. A., 1993: Modified anderson-darling and cramer-von mises goodness-of-fit tests for the normal distribution. Tech. rep.

Hall, B. and A. Mosleh, 2008: A reliability growth projection model for one-shot systems. *IEEE Transactions on Reliability*, **57 (1)**, 174–181.

Handbook, M., 2011: Reliability growth management. *Publ. MIL-HDBK-189C*.

Lagarias, J., J. Reeds, M. Wright, and P. Wright, 1999: Convergence properties of the Nelder-Mead simplex method in low dimensions. *SIAM Journal on Optimization*, **9 (1)**, 112–147.

Le Fevre, T., 2010: Procédure « PAW » : croissance de fiabilité pour systèmes vieillissants en développement, La rochelle.

Lyonnet, P., 2006: *Ingénierie de la fiabilité*. Lavoisier.

Meeker, W. Q. and L. A. Escobar, 1998: *Statistical methods for reliability data*, Vol. 314. Wiley. com.

Pempie, P. C. and H. L. S. Vermin, 2001: Liquid rocket engine test plan comparison.

Quigley, J. and L. Walls, 2006: *Prediction Intervals for Reliability Growth Models with Small Sample Sizes*. Springer.

Yu, J.-W., G.-L. Tian, and M.-L. Tang, 2008: Statistical inference and prediction for the weibull process with incomplete observations. *Computational Statistics & Data Analysis*, **52 (3)**, 1587–1603.