

## Recherche locale multi-objectif basée sur les ensembles

Matthieu Basseur, Adrien Goëffon, Arnaud Liefooghe, Sébastien Verel

### ▶ To cite this version:

Matthieu Basseur, Adrien Goëffon, Arnaud Liefooghe, Sébastien Verel. Recherche locale multi-objectif basée sur les ensembles. 13e congrès annuel de la Société française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision, ROADEF 2012, 2012, Angers, France. hal-03255573

# HAL Id: hal-03255573 https://univ-angers.hal.science/hal-03255573

Submitted on 18 Apr 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Recherche locale multiobjectif basée sur les ensembles

Matthieu Basseur<sup>1</sup>, Adrien Goëffon<sup>1</sup>, Arnaud Liefooghe<sup>2</sup>, Sébastien Verel<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Université d'Angers (LERIA)

2, boulevard Lavoisier, 49000 Angers (France)

{basseur,goeffon}@info.univ-angers.fr

 $^2\,$  Université Lille 1 (LIFL, UMR CNRS 8022)

Cité scientifique, Bât. M3, 59655 Villeneuve d'Ascq cedex (France)

arnaud.liefooghe@univ-lille1.fr

<sup>3</sup> Université Nice Sophia Antipolis (I3S, UMR CNRS 6070)

2000 route des Lucioles, BP 121, 06903 Sophia Antipolis cedex (France)

verel@i3s.unice.fr

Mots-clés: Optimisation multiobjectif, recherche locale, hypervolume.

#### 1 Contexte

L'optimisation multiobjectif s'exprime naturellement comme un problème dont le but est d'identifier un ensemble de solutions. Dans le cadre de la résolution par métaheuristique, l'espace de recherche "naturel" est alors l'ensemble de tous les ensembles de solutions possibles. Une relation de préférence entre les ensembles doit donc être définie, telle qu'une relation de dominance Pareto étendue aux ensembles ou un indicateur de qualité impliquant un ordre total entre les ensembles. Par exemple, dans le cas de l'indicateur hypervolume  $(I_{hyp})$ , on peut définir le problème de la façon suivante :  $\arg \max_{X \in \Sigma} I_{hyp}(X)$ , où  $\Sigma$  représente l'ensemble des ensembles de solutions possibles, avec en général une limitation sur la de cardinalité de l'ensemble. Malgré quelques avancées implicites dans ce sens, ce n'est que récemment que les problèmes multiobjectif ont été explicitement formulés comme tels [1].

Transformer le problème multiobjectif original en un problème où l'espace de recherche est constitué d'ensembles de solutions permet d'expliciter le but de l'optimisation, et se justifie pleinement en termes de prise de décision. Cela pose également de nouveaux défis quant à la conception de métaheuristiques. Nous nous intéresserons ici principalement à deux questions essentielles : i) la formalisation et l'analyse de l'espace de recherche de problèmes d'optimisation combinatoire multiobjectif basée sur les ensembles, et ii) la formulation d'algorithmes de recherche locale existants en termes de recherche d'ensembles, et la proposition de nouvelles approches de recherche locale basées sur les indicateurs de qualité, et notamment sur l'indicateur hypervolume.

## 2 Algorithme SbLS

La résolution d'un problème d'optimisation mono-objectif par un algorithme de recherche locale passe traditionnellement par la définition d'un espace de recherche  $\mathcal{X}$ , d'un opérateur de voisinage et d'une fonction d'évaluation. Nous appellons ici solution-élément une solution compromis d'un problème multiobjectif, et solution-ensemble un ensemble de solutions-éléments du problème multi-objectif traité, c'est-à-dire un élément de  $\mathcal{X}$ . L'algorithme SbLS (Set-based Local Search) que nous proposons définit une recherche locale pour la résolution de problèmes multi-objectif en considérant un triplet  $(\Sigma, \mathbb{N}, \mathbb{I})$  tel que :

- $-\Sigma \subseteq 2^{\mathcal{X}}$  est un ensemble de solutions-ensembles réalisables;
- $-\mathbb{N}: \Sigma \to 2^{\Sigma}$  est une relation de voisinage entre des solutions-ensembles;

#### Algorithm 1 SbLS – Set-based Local Search

```
Entrée : \sigma \in \Sigma

répéter

choisir \sigma' tel que \sigma' \in \mathbb{N}(\sigma)

si accepte(\sigma, \sigma') alors

\sigma \leftarrow \sigma'

finsi

jusqu'à arrêt(\sigma)

retourner \sigma
```

- I :  $\Sigma \to \mathbb{R}$  est un indicateur de qualité unaire, c'est-à-dire une fonction d'évaluation mesurant la qualité des solutions-ensembles.

Comme en optimisation mono-objectif,  $\Sigma$ ,  $\mathbb{N}$ , et  $\mathbb{I}$  se doivent d'être définis en fonction du problème traité. Ainsi, un problème multi-objectif se définit de manière analogue à un problème mono-objectif, mais traité d'un point de vue ensembliste.

L'algorithme 1 montre qu'une recherche locale classique peut s'adapter de manière générique à un problème multi-objectif, en utilisant cette représentation ensembliste. Dans notre approche, l'évaluation est réalisée en se basant sur l'hypervolume des solutions-ensembles. Nous avons réalisé différentes implémentations de SbLS, en définissant plusieurs classes de voisinages respectant la définition suivante. Un voisinage de solutions-ensemble  $\mathbb N$  respecte un voisinage de solution-élément  $\mathcal N$  ssi :

$$\forall \sigma \in \Sigma, \forall \sigma' \in \mathbb{N}(\sigma), \forall s' \in (\sigma' \setminus \sigma), \exists s \in \sigma \text{ tq } s' \in \mathcal{N}(s)$$

À partir du voisinage de solutions-éléments, différentes classes de voisinages de solutionsensembles peuvent être définies. Ces classes se différencient par le nombre de solutions qu'elles affectent, qu'elles suppriment et/ou qu'elles créent. Par exemple, la figure 1 illustre la génération d'une solution-ensemble par rapport à un voisinage peu contraint. Nos résultats mettent en relation les propriétés des classes de voisinage étudiées avec la structure du problème traité et différents scénarios de résolution.

Remerciements. Ce travail a été partiellement financé par le projet "Optimisation combinatoire multiobjectif par recherche d'ensembles", soutenu par le GdR-RO.

#### Références

[1] E. Zitzler, L. Thiele, and J. Bader. On set-based multiobjective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 14(1):58–79, 2010.

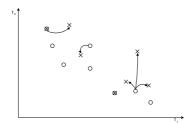


FIG. 1 – Exemple de génération de voisin à partir d'une solution-ensemble dont les solutions-éléments sont des cercles. Pour générer la solution-ensemble voisine (croix), le voisinage de plusieurs solutions-éléments a été considéré, plusieurs solutions-éléments sont issues d'un même antécédent, et plusieurs solutions-éléments ont été supprimés (exemple avec 2 objectifs  $f_1$  et  $f_2$ ).