



HAL
open science

Etude d'un phénomène de dégradation par usure : Phénomène physique, modélisation et analyse

J. Hersant, Fabrice Guerin, S. Cloupet, G. Germain

► To cite this version:

J. Hersant, Fabrice Guerin, S. Cloupet, G. Germain. Etude d'un phénomène de dégradation par usure : Phénomène physique, modélisation et analyse. QUALITA2013, Mar 2013, Compiègne, France. hal-00823110

HAL Id: hal-00823110

<https://hal.science/hal-00823110>

Submitted on 16 May 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Etude d'un phénomène de dégradation par usure : Phénomène physique, modélisation et analyse

J. Hersant, S. Cloupet, F. Guérin
LASQUO-ISTIA,
62 rue Notre Dame du Lac,
49000 Angers
julien.hersant@univ-angers.fr

G. Germain
LAMPA-ARTS ET METIERS PARISTECH
2, boulevard du Ronceray, BP 93525
49035 Angers Cedex 01
guenael.germain@angers.ensam.fr

Résumé — Cet article propose de détailler une méthode utilisant les processus stochastiques pour modéliser le phénomène d'usure de composants mécaniques et en particulier l'usure par enlèvement de matière dans les contacts roulants acier sur acier. Cette estimation est réalisée en considérant une dérive d'usure au cours du temps (mesure périodique ou continue du niveau de dégradation) à partir d'essais. La méthode, basée sur les processus stochastiques, utilise le processus de Wiener pour modéliser l'évolution de la dégradation au cours du temps. Pour identifier les paramètres du processus, une longue campagne d'essai a été lancée afin de caractériser finement les effets aléatoires. En effet, peu d'études ont été menées pour étudier et modéliser l'usure par une approche stochastique. A partir des résultats de la campagne d'essai menée, il sera possible d'analyser les effets aléatoires et proposer les modèles adaptés. Ainsi, nous proposons dans cet article une méthodologie d'analyse statistique des processus stochastiques afin de choisir les meilleurs modèles.

Mots clés : *dégradation, processus stochastiques, usure, processus de Wiener, tests statistiques.*

I. INTRODUCTION

Cet article propose de détailler une méthode utilisant les processus stochastiques pour modéliser le phénomène d'usure de composants mécaniques et en particulier l'usure par enlèvement de matière dans les contacts roulants acier sur acier. Nous pouvons observer figure 1 un système de transmission de mouvement par galet sur came.

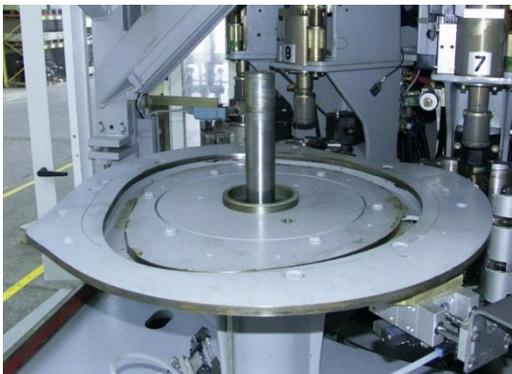


Figure 1 : Système de transmission de mouvement par galet

sur came.

De nombreux processus peuvent être utilisés pour modéliser la dégradation par usure : Gamma, Wiener, ... comme dans [1], [2] et [3]. Cependant, nous avons choisi d'utiliser le processus de Wiener pour la modélisation stochastique car il permet des incréments de dégradation négatifs. Ceci est possible dans le cas de l'usure avec le rechargement local de surface par le troisième corps issu de la dégradation.

Des résultats d'essai peuvent être utilisés pour identifier les paramètres du processus de Wiener. Ainsi, la figure 2 présente un exemple de trajectoires d'usure issues de plusieurs essais.

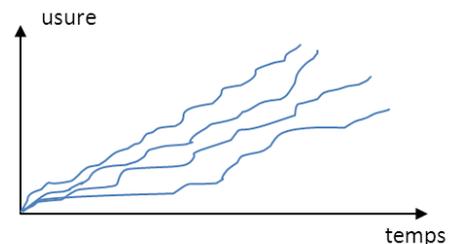


Figure 2 : Exemple de trajectoires d'usure

Ainsi, dans le cadre du travail de thèse, une longue campagne d'essai a été lancée afin de caractériser finement les effets aléatoires. En effet, peu d'études ont été menées pour étudier et modéliser l'usure par une approche stochastique. En particulier, nous souhaitons vérifier la pertinence d'utiliser les processus stochastiques pour modéliser l'évolution de l'usure. Ainsi, il sera possible d'utiliser tout le support mathématique de la modélisation stochastique pour déduire la fiabilité avec une bonne qualité d'estimation.

Cette étude doit permettre la validation de plusieurs hypothèses et en particulier que pour une configuration de cinématique, le phénomène d'usure dépend d'un seul processus stochastique. Ainsi, l'effet aléatoire dépendra uniquement de la configuration de la cinématique. Dans le cas contraire, il y aura un processus par individu caractérisant l'effet « génétique » du couple de pièces en contact. Aussi, nous proposons dans cet article une méthodologie pour analyser l'indépendance, ou pas, des processus stochastiques.

II. PHENOMENE D'USURE

Considérons un phénomène de dégradation décrit par un modèle physique :

$$y(t) = f(t|\theta) \text{ où :}$$

- $y(t)$ représente le niveau de la dégradation (par exemple une profondeur d'usure) à l'instant t
- t représente le temps
- $f(t|\theta)$ représente la fonction décrivant la dynamique de la dégradation
- θ représente le vecteur des paramètres de la fonction

Dans le cas de l'approche par les processus stochastiques, l'effet aléatoire est intégré dans un terme indépendant.

Les phénomènes de dégradation par usure ont été étudiés et décrits dans [5].

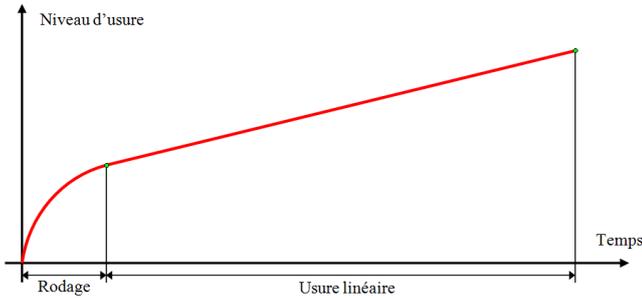


Figure 3 : Evolution de l'usure dans les contacts roulants

De nombreux auteurs se sont intéressés à la résolution de ce problème et certains d'entre eux s'appuient sur une modélisation empirique de l'usure réalisée par Archard [8] :

$$W = K \frac{F}{H} l$$

Où W est le volume arraché, K est le coefficient d'usure, F est la charge nominale appliquée, H est la dureté du matériau le plus tendre et l la longueur de glissement. Pour un matériau « tendre », de dureté donnée et d'un chargement normal constant, Archard propose de suivre l'évolution du volume usé à partir de la longueur de glissement. Dans le cas de contacts cycliques, à partir de cette expression, il est simple de formuler le cumul d'usure en fonction des passages successifs. Comme dans [9] qui propose une écriture locale du modèle d'Archard.

Sur la Figure 3, la partie non linéaire correspond souvent à une phase de rodage durant laquelle les surfaces s'accroissent. Une fois, les surfaces rodées, l'usure croît linéairement.

III. MODELISATION STOCHASTIQUE DES PROCESSUS

Nous étudions dans cet article le phénomène d'usure au travers d'une modélisation via les processus stochastiques. Nous utilisons le processus de Wiener qui permet de prendre en compte des incréments d'usure négatifs provoqués par des erreurs de mesure.

A. Processus de Wiener

Les processus de dégradation sont issus de trajectoires de processus stochastiques à accroissements indépendants [4]. Le processus de Wiener [1] caractérise des dégradations croissantes en moyenne. Il est cependant possible que le niveau de dégradation décroisse d'un instant à un autre.

Considérons un processus de Wiener spécifique pour chaque trajectoire de dégradation. Dans le cas de l'usure, nous pouvons expliquer ce phénomène par le fait que chaque pièce peut-être associée des paramètres spécifiques tels que la dureté ou le module d'Young. Ainsi, nous avons un modèle de Wiener associé à chaque pièce :

$$Z_i(t) = Z_0 + m_i \times t + W_0(t) \times \sigma_i, i = [1, \dots, n]$$

Cependant, nous supposons le phénomène aléatoire le même pour toutes les trajectoires. Ceci peut-être expliqué par la variabilité intrinsèque du phénomène d'usure.

Ainsi il est possible de réaliser une analyse statistique spécifique à chaque trajectoire.

IV. ANALYSE STATISTIQUE

Entre deux essais, il est possible que certains paramètres fixes au cours du temps aient différentes valeurs. Nous devons donc réaliser une étude statistique dans le but de vérifier cela.

Dans notre cas, l'étude statistique consiste à vérifier les points suivants :

- Tester l'indépendance des trajectoires de dégradation : Test de Kolmogorov-Smirnov.
- Dans le cas où les trajectoires sont indépendantes, tester l'indépendance des variances : LR Test ou test du rapport de vraisemblance.
- Dans le cas où les variances sont égales, réaliser un test de comparaison des moyennes avec variances égales.
- Dans le cas où les variances sont différentes, réaliser un test de comparaison des moyennes avec des variances différentes : Test d'Aspin-Welch.

A. Test de Kolmogorov-Smirnov

Le test de Kolmogorov-Smirnov [6] est un test non paramétrique qui permet de déterminer si deux échantillons suivent une même loi. $H_0: F(x) = G(x)$. Dans notre cas, nous vérifions s'il existe des paramètres qui diffèrent d'un essai à un autre et si les incertitudes sont du même ordre.

Conditions d'utilisation :

- X_1, \dots, X_m et Y_1, \dots, Y_n sont des échantillons aléatoires indépendants tirés de populations de distributions $F(x)$ et $G(x)$. Pour que les tests soient exacts, $F(x)$ et $G(x)$ doivent être continues.
- Les deux répartitions d'échantillonnage ont les mêmes limites de classes.

Hypothèse :

- Bilatéral: $H_0: F(x) = G(x)$ pour tout x contre $H_1: F(x) \neq G(x)$ pour au moins un x .

Méthode : Pour un risque donné α

- $S1(x)$ et $S2(x)$ sont respectivement les fonctions de densité empiriques des échantillons X et Y .
- Le test statistique dans le cas bilatéral avec $5 < m =$

$n \leq 40$ est :

$$D = \max_x |S1(x) - S2(x)|$$

- La valeur du critère est :

$n \geq 30, D_0 = \frac{C}{\sqrt{n}}$ où C dépend du risque α , autrement D_0 est donné dans une table

- Règle de décision :
 - Si $D > D_0$, on rejette H_0
 - Si $D \leq D_0$, on accepte H_0

B. LR Test

Le LR Test (Likelihood-Ratio Test) ou test du rapport de vraisemblance est un test qui permet de comparer l'ajustement de deux échantillons. Ce test est basé sur le rapport de vraisemblance. Dans notre cas, cela nous permettrait de vérifier si deux échantillons ont même variance.

Conditions d'utilisation :

- X_1, \dots, X_m et Y_1, \dots, Y_n sont des échantillons aléatoires indépendants tirés de populations de distributions $F(x)$ et $G(x)$.
- Deux populations de variances σ_F et σ_G inconnues.

Hypothèse :

- Bilatéral: $H_0: \sigma_F = \sigma_G$ contre $H_1: \sigma_F \neq \sigma_G$ pour au moins un x .

Méthode : Pour un risqué donné α

- $L_1(x|\theta)$ et $L_2(x|\theta)$ sont respectivement les vraisemblances des échantillons X et Y , avec $L_1(x|\theta) = \prod_{i=1}^m f_i(x)$ et $L_2(x|\theta) = \prod_{i=1}^n f_i(x)$
- Le test statistique est :

$$C = 2 \times \left(\ln(L(x|\theta)) - \ln(L_1(x|\theta)) - \ln(L_2(x|\theta)) \right)$$

- La valeur du critère est :

$C_0 = \chi^2(1 - \alpha, k - 1)$ où la fonction dépend du risque α et du nombre de données k .

- Règle de décision :
 - Si $C > C_0$, on rejette H_0
 - Si $C \leq C_0$, on accepte H_0

C. Test de comparaison de deux moyennes (variances inconnues mais égales)

Ce test est utilisé pour déterminer si deux moyennes issues de deux échantillons de populations sont égales si leurs variances sont inconnues mais égales. $H_0: m_1 = m_2$. Nous vérifions dans notre cas si les paramètres sont les mêmes ou non d'un essai à un autre.

Conditions d'utilisation :

- Les échantillons X_1, \dots, X_m et Y_1, \dots, Y_n des populations sont aléatoires et indépendants
- Les variances des deux populations sont inconnues mais égales
- Chaque population doit être distribuée selon une loi normale

Hypothèses :

- Bilatéral: $H_0: m_1 = m_2$ contre $H_1: m_1 \neq m_2$

Méthode : Pour un risqué donné α

- Le test statistique est :

$$m_1 - m_2 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} - \frac{\sum_{j=1}^m Y_j}{m}$$

- La valeur du critère est :

$t_{1-\frac{\alpha}{2}}(\vartheta) \times S_d$ où $t_{1-\frac{\alpha}{2}}(\vartheta)$ est le paramètre de Student avec un α et $\vartheta = n + m - 2$

S_d

$$= \sqrt{\frac{1}{n+m-2} \times \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m} \right) \times \left(\sum_{i=1}^n (X_i - m_1)^2 + \sum_{j=1}^m (Y_j - m_2)^2 \right)}$$

- Règle de décision :

- Si $|m_1 - m_2| > t_{1-\frac{\alpha}{2}}(\vartheta) \times S_d$, on rejette H_0
- Si $|m_1 - m_2| \leq t_{1-\frac{\alpha}{2}}(\vartheta) \times S_d$, on accepte H_0

D. Test de comparaison de deux moyennes (variances inconnue et différentes) – Test d'Aspin-Welch

Ce test [7] est utilisé pour vérifier si les moyennes de deux échantillons issus de populations sont égales si leurs variances sont inconnues mais inégales. $H_0: m_1 = m_2$. Comme dans le test précédent, nous vérifions si les paramètres d'un essai à un autre sont les mêmes ou non.

Conditions d'utilisation :

- Les échantillons X_1, \dots, X_m et Y_1, \dots, Y_n des populations sont aléatoires et indépendants
- Les variances des deux populations sont inconnues mais inégales
- Chaque population doit être distribuée selon une loi normale

Hypothèses :

- Bilatéral: $H_0: m_1 = m_2$ contre $H_1: m_1 \neq m_2$

Méthode : Pour un risqué donné α

- Le test statistique est :

$$|m_1 - m_2| = \left| \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} - \frac{\sum_{j=1}^m Y_j}{m} \right|$$

- La valeur du critère est :

$t_{1-\frac{\alpha}{2}}(\vartheta) \times S_d$ où $t_{1-\frac{\alpha}{2}}(\vartheta)$ est le paramètre de Student pour un risque α et les degrés de liberté ϑ

$$\frac{1}{\vartheta} = \frac{1}{n-1} \left[\frac{S_1^2}{S_d^2} \right]^2 + \frac{1}{m-1} \left[\frac{S_2^2}{S_d^2} \right]^2, S_1^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - m_1)^2 \text{ et } S_2^2 = \sum_{j=1}^m (Y_j - m_2)^2$$

et

$$S_d =$$

$$\sqrt{\frac{1}{n+m-2} \times \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m} \right) \times \left(\sum_{i=1}^n (X_i - m_1)^2 + \sum_{j=1}^m (Y_j - m_2)^2 \right)}$$

- Règle de décision :

- If $|m_1 - m_2| > t_{1-\frac{\alpha}{2}}(\vartheta) \times S_d$, reject H_0
- If $|m_1 - m_2| \leq t_{1-\frac{\alpha}{2}}(\vartheta) \times S_d$, accept H_0

V. APPLICATION

Nous appliquons cette approche à des résultats d'usure par simulation. Nous simulons deux trajectoires de dégradation d'usure linéaires à partir du modèle empirique d'usure défini

par Archard [8]. L'objectif est de tester différentes configurations pour les tests qui seront implémentés.

Nous générons deux trajectoires de dégradation avec les paramètres suivants de la loi d'Archard :

$$k = 10^{-5}, \quad F = 300 \text{ N}, \quad H = 250 \text{ HB}, \quad l = 5 \text{ mm}$$

A. Données d'essais de dégradation

Pour détailler notre approche, nous avons des résultats de simulations d'une dégradation linéaire d'usure dans le tableau 1.

Temps (min)	Essai de dégradation 1 (mm)	Essai de dégradation 2 (mm)
0	0	0
100	0,0101	0,007371
200	0,0177	0,011421
300	0,0356	0,01782
400	0,0476	0,017901
500	0,0503	0,025434
600	0,0624	0,023409
700	0,065	0,031833
800	0,0791	0,036369
900	0,085	0,042687
1000	0,0939	0,043983

Tableau 1 : Résultats d'essais

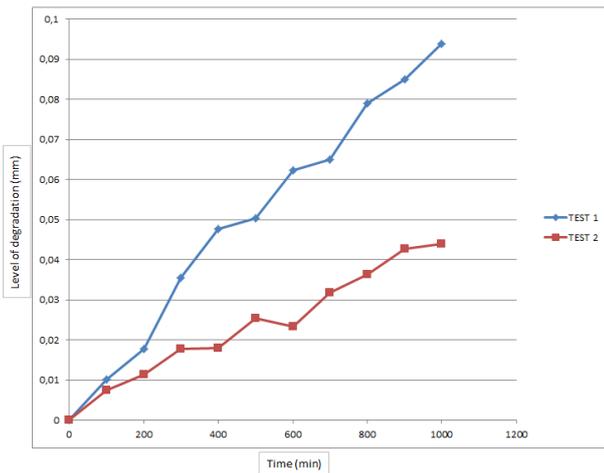


Figure 4 : Courbes des résultats.

Nous pouvons voir figure 4, l'évolution d'une dégradation linéaire d'usure au cours du temps.

B. Distribution des incréments d'usure en classes

Pour effectuer les tests statistiques, nous divisons les incréments d'usure en classes. Le nombre de classes est calculé comme suit :

$$K = 1 + \frac{\log(N)}{3}$$

avec N le nombre d'incréments d'usure

Le tableau 2 montre la distribution des incréments d'usure dans les différentes classes.

Classes	Incréments de l'essai 1	Incréments de l'essai 2
$[-0,002025; 0,00295625]$	2	3
$]0,00295625; 0,0079375]$	2	6
$]0,0079375; 0,01291875]$	4	1
$]0,01291875; 0,0179]$	2	0

Tableau 2 : Répartition des incréments d'usure

C. Test de Kolmogorov-Smirnov

Pour déterminer si les trajectoires de dégradation sont indépendantes, nous utilisons le test de Kolmogorov-Smirnov.

Hypothèses :

- H_0 : les distributions sont les mêmes contre
- H_1 : les distributions sont différentes

Méthode : Pour un risque $\alpha = 0.05$

- Le test statistique vaut : $D = 0.5$
- Le critère limite vaut : $D_0 = 0.40925$
- Règle de décision : $D > D_0$, reject H_0

Les deux trajectoires de dégradation sont indépendantes.

D. Test LR

Les trajectoires étant indépendantes, nous vérifions si elles ont même variances ou non via le test du rapport de vraisemblance.

On trouve par calculs des différentes vraisemblances : $C = 12.3326$ et $C_0 = 16.9190$ donc on accepte H_0 , les variances sont identiques.

E. Test de comparaison des moyennes pour des variances identiques

Nous vérifions maintenant si les moyennes des deux trajectoires sont égales.

Hypothèses:

- H_0 : Les moyennes sont égales contre
- H_1 : Les moyennes sont différentes

Méthode : Pour un risqué donné $\alpha = 0.05$

- Le test statistique est : $|m_1 - m_2| = 4.992 \times 10^{-3}$
- La valeur critique est : $t_{1-\frac{\alpha}{2}}(\vartheta) \times S_d = 6.785 \times 10^{-3}$
avec $t_{1-\frac{\alpha}{2}}(\vartheta) = 2.101$ et $S_d = 3.230 \times 10^{-3}$
- Règle de décision : $|m_1 - m_2| \leq t_{1-\frac{\alpha}{2}}(\vartheta) \times S_d$, donc on accepte H_0 , Les deux moyennes sont égales.

VI. CONCLUSIONS

Dans cet article, nous présentons une méthodologie d'analyse statistique des processus de Wiener dans le but de traiter des résultats d'essais d'usure. Cette méthodologie

permettra de vérifier l'indépendance des processus de Wiener définies pour chaque trajectoire d'usure. Nous l'avons appliqué à des résultats d'essai obtenus par simulations d'une dégradation linéaire d'usure, et plus spécifiquement à de l'usure par enlèvement de matière dans les contacts roulants acier sur acier suivant la loi empirique d'Archard.

REFERENCES

- [1] M. Nikulin, L. Gerville-Réache et V. Couallier, Statistique des essais accélérés. Ed Hermes Science, pp. 229-258, Paris, 2007
- [2] V. Couallier. degradation modelling and semiparametric estimation with non independent noises. Qualita, Bordeaux, 2005.
- [3] F. Guérin, M. Barreau, F. Coadou, R. Idrissi, Estimation de la fiabilité par des essais de dégradation, QUALITA 2009, 18 – 20 mars 2009.
- [4] A. J. Lemoine et M. L. Wenocur, *On Failure Modeling*. Naval Research Logistics Quarterly, Volume 32, Numéro 3, Pages 497 - 508, 1985.
- [5] S. Cloupet, L. Chevalier, H. Chollet, Simulation probabiliste de l'usure dans les contacts roulants sous charges Probabilistic simulation of wear in loaded rolling contact, *Mécanique & Industries* 8 6 (2007) 609-630.
- [6] Frank J. Massey (1951). The Kolmogorov-Smirnov Test for Goodness of Fit. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 46, No. 253. pp. 68-78
- [7] Welch, B. L. (1947). The generalization of "Student's" problem when several different population variances are involved. *Biometrika* 34 (1-2): 28-35.
- [8] J.F. Archard, "Contact and rubbing of flat surfaces", *J. Appl. Phys.* Vol. 24 p. 981-988. 1953.